



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ȘI SPORTULUI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a X-a, 14- 15 MAI 2010



CLASA a XI-a

1. Fie $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ un șir mărginit astfel încât

$$2a_n \leq a_{n+1} + a_{n-1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

și fie $b_n = a_{n+1} - a_n$.

- a) Să se demonstreze că șirul $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este convergent și $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$.
b) Să se arate că șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este convergent.

Gheorghe Lobonț

2. Determinați

$$a = \inf \left\{ [x] + \left\lfloor \frac{2}{x} \right\rfloor : x > 0 \right\},$$

unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a .

Dorel I. Duca

3. Fie $A, B \in \mathcal{M}_{2n}(\mathbb{C})$ două matrice inversabile cu

$$AB^{-1} + A^{-1}B = I_{2n}.$$

Să se demonstreze că

$$\det(A - B)^2 \cdot \det((A^{-1})^2 + (B^{-1})^2) = 1.$$

Traian Tămâian, GMB 5/2009

4. Stabiliți dacă există A și $B \subset \mathbb{R}$ două mulțimi infinite și o infinitate de perechi de funcții $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ambele discontinue pe A , astfel încât $f \circ g$ este continuă pe \mathbb{R} și $g \circ f$ este discontinuă pe B

Tudor Adrian Micu